УДК 532.529 + 66.074.1.022.63

В.В. ТЮРІН, УкрНДІгаз

СПРОЩЕНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПОЛЯ ОСЕРЕДНЕНОЇ ШВИДКОСТІ ВІСЕСИМЕТРИЧНО ЗАКРУЧЕНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКУ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ

Чисельним методом досліджується спрощений метод розрахунку поля осередненої швидкості вісесиметрично закрученого турбулентного потоку в циліндричному каналі для його застосування в інженерній практиці. Приводиться зіставлення результатів чисельного розрахунку поля осередненої швидкості закрученого вісесиметрично турбулентного потоку на основі диференціальних рівнянь із результатами розрахунку на основі запропонованого методу на ділянці циліндричного каналу довжиною не більше восьми внутрішніх діаметрів.

The simplified method for calculation the axially symmetric swirled averaged turbulent flow field in a cylindrical channel for usage in engineering practice is verified by numerical method. Comparison of numerical computation results of axially symmetric swirled averaged turbulent flow field on the base of differential equations with the above mentioned method results is offered for cylindrical channel till its eights inner diameters length.

Розрахунок поля осередненої швидкості вісесиметрично закрученого турбулентного потоку в циліндричному каналі має велике значення в інженерній практиці. У ряді робіт [1 – 6] на основі рівнянь Нав'є-Стокса й Рейнольдса чисельними методами отримані рішення цієї задачі для каналу довжиною до 150 внутрішніх діаметрів. На жаль, отримані результати не були узагальнені в емпіричні залежності у вигляді безперервних функцій, які можна було б з легкістю використовувати в інженерних розрахунках. Узагальнення та обробка експериментальних даних та даних чисельних експериментів в області динаміки закручених потоків авторами наукових праць [7 – 10] привели лише до виявлення емпіричних рівнянь для осередненої обертальної та осьової швидкості закрученого потоку в безпосередній близькості від завихрювача. Так для розрахунку профілю осередненої обертальної швидкості в циліндричному каналі радіусом r запропоноване рівняння [7]

$$w(r) = w^* \cdot [2 \cdot (r / r\ j^*) / (1 + (r / r\ j^*)2)]j, \quad (1)$$

де w^* – середньовитратна швидкість, м/с; j – показник степені, який залежить від початкового інтегрального параметра закрутки Φ^*.

В області $r / r_{j*} < 1$, де r_{j*} – радіус, на якому обертальна швидкість набуває свого максимуму

$$j = 1{,}15 - 0{,}25 \cdot \Phi^*, \tag{2}$$

в області r / r_{j*} ³ 1,

$$j = 1{,}15 + 0{,}25 \cdot \Phi^* \tag{3}$$

Знаючи профіль обертальної швидкості, легко знайти профіль осьової швидкості в тому ж перетині. Використовуючи степеневий закон зміни обертальної швидкості від радіуса [11]

$$w \cdot r^n = const, \tag{4}$$

де w – обертальна складова швидкості на виході із завихрювача на радіусі r.

Для розрахунку профілю осередненої осьової швидкості авторами [8 – 10] запропоновано таке рівняння:

$$u(r) = w(r) \cdot (r / R)n / tg\ j^n \tag{5}$$

Для врахування згасання інтенсивності закрутки потоку по мірі віддалення від завихрювача Халатовим [9] запропоновані наступні рівняння:

при $x \cdot \overline{\mathrm{Re}_d} - 0{,}25 < 0{,}66 \cdot \Phi^* + 0{,}48$

$$\Phi(x) = \Phi^* \cdot exp[-(0{,}44 + 0{,}03 \cdot \Phi^*) \cdot x \cdot \overline{\mathrm{Re}_d} - 0{,}25], \tag{6}$$

при $x \cdot \overline{\mathrm{Re}_d} - 0{,}25 \geq 0{,}66 \cdot \Phi^* + 0{,}48$

$$\Phi(x) = \Phi^* \cdot exp[[0{,}36 + 0{,}05 \cdot \Phi^* - (0{,}44 + 0{,}03 \cdot \Phi^*)] \cdot (0{,}66 \cdot \Phi^* + 0{,}48) - \\ - (0{,}36 \cdot \Phi^* + 0{,}05 \cdot \Phi^*) \cdot x \cdot \overline{\mathrm{Re}_d} - 0{,}25], \tag{7}$$

де $x = L / (2 \cdot R)$ – відносна вертикальна координата циліндричного каналу довжиною L та внутрішнім радіусом R; $\overline{\mathrm{Re}_d}$ – число Рейнольда, розраховане по діаметру каналу і середньовитратній швидкості потоку.

Рівняння (6) і (7) характеризують закручені плини в трубах при $\Phi^* = 0{,}4 \div 1{,}23$.

На даному етапі розробка спрощеного методу розрахунку поля осередненої швидкості вісесиметрично закрученого турбулентного потоку в циліндричному каналі на рівні емпіричних залежностей є актуальною та має велике практичне значення для використання в інженерній практиці. Для вирішення поставленої задачі пропонується об'єднання рівнянь (1) – (5), що описують осереднені в часі профілі осьової та обертальної складових швидкості закрученого вісесиметричного потоку на виході із завихрювача, з рівняннями (6) і (7), які описують згасання інтенсивності закрутки по мірі віддалення від завихрювача, а також врахування припущення про зневажливо малу величину радіальної складової швидкості закрученого потоку, та врахування умови про стаціонарність поля осередненої швидкості. Крім цього, додатково враховується зміна щільності потоку та статичного тиску в радіальному напрямку внаслідок впливу відцентрових масових сил.

Перевірку вищезазначеного методу розрахунку поля осередненої швидкості виконаємо методом чисельного експерименту.

Диференціальне рівняння динаміки осередненого стаціонарного турбулентного руху в'язкої рідини в напруженнях у випадку відсутності масових сил (їх присутність задаватиметься характерним профілем осьової та обертальної швидкості на початковій границі закрученого потоку при розв'язанні диференціальних рівнянь методом кінцевих різниць) у векторній формі записується у вигляді [12]

$$r\,(V\cdot\nabla)\,V = \mathrm{Div}\,P, \tag{8}$$

де r – густина газу, кг/м^3; ∇ – диференціальний оператор Набла; V – вектор швидкості, P – тензор напруження.

Для циліндричної системи координат запишемо рівняння (8) в проекції на напрямок (q) по нормалі до площини, що проходить через вісь симетрії, тобто по дотичній до площини обертання, з використанням функції течії Y [13]

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(rV_q\frac{\partial y}{\partial r}\right)-\frac{\partial}{\partial r}\left(rV_q\frac{\partial y}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left\{r^3 m_{еф\phi}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{V_q}{r}\right)\right\}-\frac{\partial}{\partial r}\left\{r^3 m_{еф\phi}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_q}{r}\right)\right\}+r\frac{\partial p}{\partial q}=0 \quad (9)$$

Для вісесиметричного руху останній член рівняння (9) дорівнює нулю.

Функція течії пов'язана з осьовою V_z та радіальною V_r складовою швидкості наступними залежностями:

$$\rho\, V_z=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial y}{\partial r} \quad (10)$$

$$\rho\, V_r=-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial y}{\partial z} \quad (11)$$

Для розв'язання рівняння (9) необхідно записати ще два рівняння. Перше з них пов'язує функцію течії з напруженістю вихра (w), а друге визначає ефективну в'язкість.

Зв'язок функції течії з напруженістю вихра:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{rr}\cdot\frac{\partial y}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{rr}\cdot\frac{\partial y}{\partial r}\right)=-w \quad (12)$$

Після підстановки рівнянь (10) і (11) в рівняння нерозривності

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{(rV_r)}{\partial r}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0 \quad (13)$$

отримаємо додаткове рівняння для напруженості вихра [14]

$$-w=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial y}{\partial r}\right) \quad (14)$$

Поєднуючи його з рівнянням (12), одержимо нове рівняння для функції течії

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{rr}\cdot\frac{\partial y}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{rr}\cdot\frac{\partial y}{\partial r}\right)=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial y}{\partial r}\right) \quad (15)$$

Ефективна в'язкість $\mu_{еф}$ представляє собою суму турбулентної $\mu_т$ та молекулярної в'язкості μ газу [15]

$$\mu_{еф} = \mu_т + \mu \tag{16}$$

У випадку розвинутого турбулентного руху за межами в'язкого пограничного шару турбулентна в'язкість на декілька порядків перевищує молекулярну в'язкість і, навпаки, при наближенні до в'язкого пограничного шару турбулентна в'язкість зменшується до нуля і основну роль відіграє молекулярну в'язкість.

Для визначення турбулентної в'язкості скористаємося теорією Прандтля [16] про довжину шляху перемішання l

$$\mu_т = l^2 \left(\frac{dV_z}{dy} \right), \tag{17}$$

де y – відстань по нормалі від стінки до ядра потоку, м.

Для визначення довжини шляху перемішання Прандтлем запропоноване рівняння

$$l = k \cdot\cdot y, \text{ м} \tag{18}$$

де k = 0,4 – константа Кармана [17].

Після розв'язання рівняння (15) відносно функції течії значення швидкостей V_z, V_r визначаються з рівнянь (10) і (11). При відомих значеннях функції течії і визначеній рівняннями (16) – (18) ефективній в'язкості розв'язується рівняння (9) відносно обертальної швидкості V_q.

Диференціальні рівняння (15) і (9) в сукупності з граничними умовами дозволяють поставити математичну задачу, яка вирішується кінцево – різницевим методом, викладеним в роботах [13, 18, 19]. Для цього область, для якої справедливі вище зазначені рівняння, розбиваємо на кінцеву кількість точок. Сукупність цих точок називаємо сіткою, а самі точки – вузлами сітки. На основі інтегрування диференціальних рівнянь по площинах, що обмежені вузлами сітки, і відомих граничних умовах складаємо систему алгебраїчних рівнянь, які пов'язують значення невідомих змінних у вузлах сітки між собою. Кількість таких рівнянь повинна дорівнювати кількості вузлів сітки. Для вирішення системи алгебраїчних рівнянь використаємо ітераційний метод Зейделя [20].

Оскільки рівняння (15) і (9) являють собою рівняння еліптичного типу, то для кожної з невідомих змінних Y, V_q їх значення повинні бути визначені на всіх границях дослідної області руху. На вхідному перетині для визначення функції течії використаємо рівняння, яке можна одержати з інтегрування формули (10)

$$y = \int_0^r r \cdot r \cdot V_z dr = \frac{p \cdot r \cdot V_z}{2} \cdot r^2 \Big|_0^r, \text{ кг/с.} \quad (19)$$

Як видно з рівняння (19), на вхідному перетині дослідної області функція течії цілком залежить від профілю осьової швидкості зарученого потоку (цим враховується вплив відцентрових масових сил).

Для розрахунку значень функції течії на вихідному перетині дослідної області використаємо рівняння (19), але з логарифмічним профілем осьової швидкості [21]

$$V_z = 5{,}75 \cdot V_z^* \cdot \lg\left(\frac{r \cdot y \cdot V_z^*}{m}\right) + 5{,}5, \text{ м/с,} \quad (20)$$

де V_z^* – динамічна швидкість, м/с, яка розраховується за формулою [12, 21]

$$V_z^* = u_{cp} \frac{\sqrt{0{,}0032 + {}^{0{,}221}\!/_{\mathrm{Re}^{0{,}237}}}}{2\sqrt{2}}, \text{ м/с,} \quad (21)$$

де u_{cp} – середньовитратна швидкість, м/с.

Приймаємо умови на осі обертання:

$$Y\ (r = 0) = 0, \quad (22)$$

$$V_q\ (r = 0) = 0 \quad (23)$$

На вхідному перетині дослідної області профіль осередненої обертальної швидкості V_q задаємо рівняннями (1) – (3), на вихідному перетині вона дорівнює нулю.

Умови на стінці визначаємо лінійною інтерполяцією між відомими значеннями Y та V_q на стінці на вхідному та вихідному перетині дослідної області.

Довжину дослідної області обираємо рівною 150 внутрішніх діаметрів циліндричного каналу, в якому рухається закручений потік. Дана відстань була обрана не випадково. В роботах [8 – 10] авторами на основі експериментальних досліджень доведено, що саме на відстані 150 калібрів закручений потік повністю вироджується у поступальний.

Для вирішення поставленої математичної задачі була створена комп'ютерна програма на Delphi, яка дозволяла визначити всі три складові швидкості закрученого газового потоку. Вхідними даними для розрахунку є: початковий інтегральний параметр закрутки Φ^*, показник степені рівняння, що описує закон закрутки потоку на вході (постійний кут закрутки, квазітверде обертання, потенційне обертання), діаметр циліндричного каналу (м), середньовитратна швидкість потоку (м/с), густина газу в робочих умовах (кг/м^3), в'язкість газу (Па·с), кількість вузлів сітки по радіусу і у поздовжньому напрямку, похибка розрахунку (частка).

Вихідні дані було обрано такими: $\Phi^* = 1{,}01$, $n = 0$, $R = 0{,}034$ м, $r_г = 36{,}6$ кг/м^3, $u_{ср} = 4{,}67$ м/с, $\mu_г = 1{,}18 \cdot 10^{-5}$ Па·с, похибка розрахунку не більш 0,001. При цьому, розрахунковий радіус зони зворотних плинів становив 8,05 мм.

Відхилення обертальної та осьової швидкостей, розрахованих за рівняннями (1) ÷ (7), від відповідних значень швидкостей, одержаних за розв'язанням диференціальних рівнянь (9) і (15), розраховувались за формулою

$$\frac{U_f - U_d}{U_d} \cdot 100,\ \% \qquad (24)$$

де U_f – швидкість розрахована за рівняннями (1) ÷ (7), м/с; U_d – швидкість розрахована за результатами розв'язання відповідних диференціальних рівнянь (9) і (15), м/с.

Дані відхилення, як осьової так і обертальної швидкостей, наведено у таблицях 1 і 2.

Таблиця 1

Відхилення осьової швидкості, **%**

R, мм	0	0,9	2,7	4,5	6,26	8,05	9,8	11,6	13,4	15,2	17	18,8	20,6	22,4	24,2	25,9	27,7	29,5	31,3	34
L/d = 0	0	0,3	0	0,1	0	- 0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L/d =3,95	-	20,8	- 0,2	- 1	- 1,4	- 1,8	- 2,1	- 2,5	- 2,8	- 3,2	- 3,5	- 3,7	- 4	- 4,3	- 4,6	- 4,9	- 5,4	- 6	- 7	- 4,5
L/d =7,90	-	28,5	- 0,7	- 2,2	- 3	- 3,7	- 4,4	- 5,1	- 5,8	- 6,4	- 7	- 7,4	- 7,9	- 8,4	- 9	- 9,7	- 10,5	- 11,6	- 13,4	- 8,7
L/d =11,9	-	29,5	- 1,8	- 3,8	- 4,8	- 5,7	- 6,8	- 7,8	- 8,7	-9,6	-10,3	- 11	- 11,7	- 12,5	- 13,2	- 14,2	- 15,3	- 16,9	- 19,5	- 12,8

Таблиця 1

Відхилення обертальної швидкості, **%**

R, мм	0	0,9	2,7	4,5	6,26	8,05	9,8	11,6	13,4	15,2	17	18,8	20,6	22,4	24,2	25,9	27,7	29,5	31,3	34
L/d =0	0	- 0,3	0	0,1	- 0,1	- 0,1	0	0	- 0,1	0	0	0	0	0	0	0	- 0,1	0	0	0,1
L/d =3,95	-	- 13	- 18,3	- 15,1	- 12,2	- 9,8	- 7,8	- 6,7	- 5,9	- 5,4	- 5,1	- 4,8	- 4,5	- 4,4	- 4,2	- 4	- 3,8	- 3,7	- 3,5	- 3,3
L/d =7,90	-	- 22,7	- 30,3	- 26,3	- 21,9	- 17,9	- 14,5	- 12,6	- 11,2	- 10,4	- 9,7	- 9,3	- 8,9	- 8,6	- 8,3	- 7,9	- 7,5	- 7,1	- 6,8	- 6,7
L/d =11,9	-	- 30,6	- 38,7	- 34,7	- 29,6	- 24,8	- 20,6	- 17,9	- 16,2	- 15	- 14,2	- 13,5	- 13	- 12,5	- 12,1	- 11,6	- 11,1	- 10,5	- 10	- 9,7

Висновки. Аналізуючи отримані результати відхилень, можна зробити наступні висновки про запропонований метод розрахунку поля осередненої швидкості вісесиметричного закрученого турбулентного потоку:

1. використання даного методу доцільно в інтервалі до 8 внутрішніх діаметрів циліндричного каналу, в якому рухається закручений потік, і за межами зони зворотних плинів.

2. середньоарифметичне відхилення осьової швидкості за межами зони зворотних плинів і на відстані $x \leq 8$ становить 6,4 %. Відповідне відхилення обертальної швидкості становить 7,3 %;

3. найбільші відхилення результатів осьової швидкості досягаються на периферії обертального потоку, а обертальної – в приосьовій зоні;

4. Доцільним є використання даного методу при розрахунку ступеня очистки газу у відцентрових сепараційних елементах.

Список літератури: **1.** *Успенский В.А.* Газодинамический расчёт вихревого аппарата. / *В.А. Успенский, В.М. Киселёв* // ТОХТ. – 1974. – Т. 8, № 3. – С. 428 – 434. **2.** *Кубо И.* Численный расчёт закрученного турбулентного течения. / *И. Кубо, Ф. Гаулдин* // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1975. – Т. 97, № 3. – С. 127 – 133. **3.** *Третьяков В.В.* Расчётное исследование турбулентного закрученного течения в трубе. / *В.В. Третьяков, В.И. Ягодкин* // Инженерно-физический журнал. – 1979. –Т. 38, № 2. – С. 254 – 259. **4.** *Шургальский Э.Ф.* Исследование двухфазных закрученных течений в цилиндрических каналах конечной длины. // ТОХТ. – 1985. – Т. 19, № 3. – С. 360 – 366. **5.** *Launder B.E.* Mathematical models turbulence. / *B.E. Launder, D.B. Spolding* // Academic Press. – 1972. – № 4. **6.** *Launder B.E.* The numerical computation of turbulent flows. / *B.E. Launder, D.B. Spolding* // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 1974. – Vol. 3, № 12. **7.** *Халатов А.А.* Расчёт профиля вращательной скорости в цилиндрическом канале с закруткой потока на входе. // Промышленная теплотехника. – Киев: «Наукова думка», 1979. – № 2. – С. 75 – 78. **8.** *Щукин В.К.* Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в вісесиметричних каналах. / *В.К. Щукин, А.А. Халатов* // – М.: Машиностроение, 1982. – 200 с. **9.** *Халатов А.А.* Теория и практика закрученных потоков. // АН УССР. Институт технической теплофизики. – Киев: Наук. Думка, 1989. – 192 с. **10.** *Халатов А.А.* Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил. / А.А. Халатов, А.А. Аврашенко, И.В. Шевчук // В 6 т. / АН Украины. Институт технической информации. – Киев, 2000. – Т. 3: Закрученные потоки. – 467 с. **11.** *Кнорре Г.Ф.* Теория топочных процессов. / *Кнорре Г.Ф., Арефьев К.М., Блох А.Г., Нахапетян Е.А., Палеев И.И., Штейнберг В.Б. //* – М: Энергия, 1966. – 492 с. **12.** *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: «Наука», 1978. – 736 с. **13.** *Госмен А.Д.* Численные методы исследования течений вязкой жидкости. / *А.Д. Госмен, В.М. Пан, А.К. Ранчел, Д.Б. Сполдинг, М. Вольфштейн* // – М.: Мир, 1972. – 325 с. **14.** *Вирц Г.* Численные методы в динамике жидкостей. / *Г. Вирц, Ж. Смолдерен* // – М.: Мир, 1981. – 408 с. **15.** *Белов И.А.* Модели турбулентности. – Л.: Ленинградский механический институт, 1982. – 89 с. **16.** *Prandtl L.* Bericht uber Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. // Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech, 1925. – № 5. – P. 136. (статья того же автора «Результаты работ последнего времени по изучению турбулентности» помещена в русском переводе в сб. «Проблемы турбулентности», – М.: ОНТИ, 1936. – С. 14 – 16). **17.** *Karman Th.* Mechanische Ahnlichkeit und

Turbulenz. // Nachr. d. Gesellsch. d. Wissen. zu Gottingen. – K.: Math. Phys., 1930. **18.** *Милн У.Е.* Численное решение дифференциальных уравнений. – М.: ИЛ., 1953. – 291 с. **19.** *Вазов В.* Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. / *В. Вазов, Дж. Форсайт* // – М.: ИЛ., 1963. – 488 с. **20.** *Демидович Б.П.* Основы вычислительной математики. */ Б.П. Демидович, И.А. Марон* // – М.: Гос. изд.-во физ.-мат. литературы, 1963. – 659 с. **21.** *Nicuradse J.* Gesetzmassigkeiten der turbulenten Stromung in glatten Rohren. – VDI: Forschungsheft, 1932. – 356 p. (русский переводе в сб. «Проблемы турбулентности», – М.: ОНТИ, 1936. – С. 75 – 150).

Надійшла до редколегії 14.10.08.

УДК 666.762.11:666.762.8

Л.А. АНГОЛЕНКО, канд. техн. наук,
Г.Д. СЕМЧЕНКО, докт. техн. наук, НТУ «ХПИ»,
В.В. ПОВШУК, ОАО «Укрспецогнеупор», г. Запорожье,
С.В. ТИЩЕНКО, ***Е.Е. СТАРОЛАТ***, НТУ «ХПИ»,
В.Н. СИДОРОВ, канд. техн. наук, УИПА, г. Харьков

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТВЕРДОФАЗНЫХ РЕАКЦИЙ В СИСТЕМЕ Si – Al_2O_3 – C БЕЗ УЧАСТИЯ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

Проведено термодинамічні розрахунки в системі Si – Al_2O_3 – C для твердофазних реакцій утворення фаз диоксиду кремнію, карбіду кремнію, глиноземистої шпінелі, оксикарбідів і карбіду алюмінію й показано ймовірність їх протікання на основі величини енергії Гіббса.

The thermodynamic calculations in Si – Al_2O_3 – C system for solid-phase reactions of formation of silica, silicon carbide, alumina spinel, oxycarbides and alumina carbide phases have been carried out, and probability of their occurring on the basis of value of Gibbs energy has been shown.

Система Al_2O_3 – C представляет большой интерес при создании различных огнеупорных изделий для металлургии, включая также и неформованные материалы. Недостатком всех углеродсодержащих огнеупоров является окисление углерода, который может быть устранен путем введения различных антиоксидантных добавок. Среди них наиболее эффективными являются такие, как алюминий, кремний, магний и их сплавы, бор и его соединения, карбид кремния и др. [1 – 4].

Авторами в качестве антиоксиданта для корундографитовых материалов рекомендуется использовать кремний кристаллический, механизм действия которого как антиоксиданта заключается в образовании защитной пленки